

# Maróthi György Emlékverseny, 2024. október 31. – november 29.

## – Versenykiírás –

---

### Alapvető tudnivalók

Ezúton tájékoztatjuk az érdeklődőket, hogy a Debreceni Egyetem Matematikai Intézete és a Matematikus Tudományos Diákkör versenyt hirdet azon hallgatók számára, akik a 2024/2025-ös tanév őszi szemeszterében a Debreceni Egyetem első- vagy másodéves B.Sc., illetve osztatlan tanárképzésében vesznek részt. A verseny egyéni, külön nevezést nem igényel és a középiskolás anyagra támaszkodik; a feladatsor kidolgozására a fejlécben megjelölt időszak áll rendelkezésre. A feladatsort 2024. október 31-én délben tesszük hozzáférhetővé az Intézet honlapján:

<https://math.unideb.hu/>

Elérés: Hallgatóknak » Tehetséggondozás » Versenyek » Maróthi György Emlékverseny

### Szervezők

*dr. Boros Zoltán* (Matematikai Intézet TDK felelőse, DE Analízis Tanszék)  
*dr. Bessenyei Mihály* (Verseny titkára, ME Analízis Intézeti Tanszék)  
*dr. Nagy Ábris* (DE Geometria Tanszék)  
*dr. Tengely Szabolcs* (DE Algebra és Számelmélet Tanszék)

### A verseny támogatója

A verseny támogatója a Morgan Stanley Magyarország Kft. Fölajánlásuk alapján a verseny első három helyezettje egyszeri ösztöndíjkiegészítést kap. Támogatásukat köszönjük!

### Formai elvárások

Az új feladatokat új lapra kezdje kidolgozni. Kérjük, minden lapon tüntesse föl nevét, szakját, évfolyamát, neptun kódját és az aktuális feladat sorszámát. Törekedjen az áttekinthető, jól olvasható írásra, világos fogalmazásra. A kézzel kidolgozott munkát jól olvasható pdf állomány formájában küldje el Boros Zoltán és Bessenyei Mihály drótposta címére:

[zboros@science.unideb.hu](mailto:zboros@science.unideb.hu) és [besse@science.unideb.hu](mailto:besse@science.unideb.hu).

**Beadási határidő: 2024. november 29. (péntek), 12.00.**

### Etikai elvárások

A feladatok megoldásához bármilyen irodalom fölhasználható a forrás pontos föltüntetése mellett. A verseny egyéni munkát föltételez. Amennyiben a másokkal való együttműködés illetve közös munka ténye megállapítást nyer, az érintettet vagy érintetteket kizárjuk a versenyből.

**Az eredményekről értesítést küldünk.**

## Maróthi György Emlékverseny, 2024. október 31. – november 29.

---

**1. feladat.** Oldja meg a valós számok halmazán az

$$x^3 = \left\lfloor 4x + \frac{3}{4} \right\rfloor$$

egyenletet (ahol  $\lfloor u \rfloor$  jelöli az  $u$  valós szám alsó egész részét, vagyis a legnagyobb olyan egész számot, ami nem nagyobb  $u$ -nál)!

(Javasolta: Boros Zoltán)

**2. feladat.** Határozza meg az összes olyan  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  függvényt, amelyre tetszőleges  $x, y \in \mathbb{R}$  valós számok esetén teljesül az

$$f(x)f(x+y) = f(y)f(x-y)$$

függvényegyenlet!

(Javasolta: Boros Zoltán)

**3. feladat.** Az  $ABC$  háromszög oldalaira kifelé négyzeteket rajzolunk, majd mindegyik négyzet középpontját egy egyenes segítségével összekötjük a háromszög azon csúcsával, amely nem csúcsa az adott négyzetnek. Bizonyítsa be, hogy ezek az egyenesek egyetlen közös pontban metszik egymást!

(Javasolta: Nagy Ábris)

**4. feladat.** Egy háromszög egyik oldalának hossza  $a = 6$ , a vele szemközti szöge  $\alpha = 60^\circ$ , a beírt körének sugara pedig  $r = \sqrt{6} - \sqrt{3}$ . Határozza meg a háromszög másik két oldalának pontos hosszát és belső szögeit!

(Javasolta: Nagy Ábris)

**5. feladat.** Legyen  $L = \{-98, -82, -58, -34, 13, 16, 69, 75, 99\}$  és  $L_k = \{a^k \mid a \in L\}$ ,  $k = 1, 3$ . Mutassa meg, hogy sem  $L_1$ , sem  $L_3$  elemeit nem lehet elrendezni  $3 \times 3$ -as bűvös négyzetekben (ahol a sorok összegei, az oszlopok összegei és a két átló összege azonos)!

(Javasolta: Tengely Szabolcs)

**6. feladat.** Mutassa meg, hogy létezik végtelen sok  $2 \times 2$ -es

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

mátrix úgy, hogy  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  és

$$A^2 - 2(A^T)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}!$$

Határozza meg az összes mátrixot, amelyek kielégítik a fenti egyenletet és  $abcd = 90$  teljesül!

(Javasolta: Tengely Szabolcs)

Minden feladat 5 pontot ér; a sorrend nem feltétlenül tükrözi a feladatok nehézségét.